



MATEMATIKA

1. **Cena neke robe je povećana za 10%, a zatim snižena za 10%. Ako je posle toga cena 99 dinara, kolika je bila prvobitna cena te robe?**

Rešenje: $1,1x - 0,1 \cdot 1,1x = 99 \Leftrightarrow 0,99x = 99 \Leftrightarrow x = 100$. Prvobitna cena knjige je bila 100 dinara.

2. **Knjiga je najpre poskupela za 10% a zatim za 20%. Koliko je procenata poskupela u odnosu na početnu cenu?**

Rešenje: $1,1x + 0,2 \cdot 1,1x = 1,32x$. Knjiga je poskupela za 32%.

3. **Od 350kg brašna dobija se 450kg hleba. Koliko procenata iznosi težina hleba prema težini brašna?**

Rešenje: $G = 350, i = 450, p = 100i/G = 45000/350 = 900/7 = 128,57\%$.

4. **Sa povećanjem od 25% roba košta 2500 din. Kolika je cena robe pre povećanja?**

Rešenje: $x + 0,25x = 2500, 1,25x = 2500, x = 2500/1,25 = 250000/125 = 2000$.

5. **Cipele koje su koštale 3000 din poskupele su za 20%. Za koliko procenata treba smanjiti cenu cipela da bi ponovo koštale 3000 din.**

Rešenje: $G = 3000, p = 20\%, i = G \cdot p/100 = 3000 \cdot 20/100 = 600, G_1 = G + i = 3600,$
 $p_1 = ?, i_1 = i = 600, p_1 = 100i_1/G_1 = 60000/3600 = 100/6 = 16,67\%$.

6. **Izračunaj $5^0 + 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$.**

Rešenje: $5^0 + 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} = 1 + \frac{1}{9} \cdot 9 = 2$.

7. **Izračunaj $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}\right)^{-2}$.**

Rešenje: $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}\right)^{-2} = \left(-\frac{27}{8} + \frac{3}{8}\right)^{-2} = (-3)^{-2} = \frac{1}{9}$.

8. **Izračunaj $a^{\frac{x}{2}} \cdot a^{\frac{x}{3}} \cdot a^{\frac{x}{4}}$ za $a \neq 0$.**

Rešenje: $a^{\frac{x}{2}} \cdot a^{\frac{x}{3}} \cdot a^{\frac{x}{4}} = a^{\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4}} = a^{\frac{6x+4x+3x}{12}} = a^{\frac{13x}{12}}$

9. **Izračunaj $x^{5n} \cdot x^{-6n} \cdot x^{n+1}$ za $x \neq 0$.**

Rešenje: $x^{5n} \cdot x^{-6n} \cdot x^{n+1} = x^{5n-6n+n+1} = x$.

10. **Izračunaj $3(a-b)^2 - 5(a+b)^2 - 8(b-a)^2$.**

Rešenje: $3(a-b)^2 - 5(a+b)^2 - 8(b-a)^2 = -5(a-b)^2 - 5(a+b)^2 =$
 $= -5(a^2 - 2ab + b^2) - 5(a^2 + 2ab + b^2) = -10a^2 - 10b^2$

11. Rastavi na činioce $3x^3a^2 - 48x^3$.

Rešenje: $3x^3a^2 - 48x^3 = 3x^3(a^2 - 16) = 3x^3(a - 4)(a + 4)$.

12. Rastavi na činioce $11ax^2 - 66axy + 99ay^2$

Rešenje: $11ax^2 - 66axy + 99ay^2 = 11a(x^2 - 6xy + 9y^2) = 11a(x - 3y)^2$

13. Rastavi polinom na činioce $m^2x - n^2x + m^2y - n^2y$.

Rešenje:

$$m^2x - n^2x + m^2y - n^2y = m^2(x + y) - n^2(x + y) = (x + y)(m^2 - n^2) = (x + y)(m - n)(m + n).$$

14. Rastavi polinom na činioce $x^3 + 8y^3$.

Rešenje: $x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$.

15. Rastavi polinom na činioce $x^3y - 125y^4$.

Rešenje: $x^3y - 125y^4 = y(x^3 - (5y)^3) = y(x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2)$.

16. Rastavi polinom na činioce $x^4 - 16y^4$.

Rešenje: $x^4 - 16y^4 = x^4 - (2y)^4 = (x^2 - (2y)^2)(x^2 + (2y)^2) = (x - 2y)(x + 2y)(x^2 + 4y^2)$.

17. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome $6a^2, 10b^2, 12ab$ i $15ab$.

Rešenje: Najmanji zajednički sadržalac za brojeve 6, 10, 12 i 15 je 60 a za a^2, b^2 i ab je a^2b^2 , pa je za $6a^2, 10b^2, 12ab$ i $15ab$, najmanji zajednički sadržalac $60a^2b^2$.

18. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome $2x - 6, x^2 - 9$ i $x^2 - 6x + 9$.

Rešenje: $2x - 6 = 2(x - 3); x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3); x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, pa je najmanji zajednički sadržalac $2(x + 3)(x - 3)^2$.

19. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome $5x + 5y, 3x - 3y$ i $x^2 - y^2$.

Rešenje: $5x + 5y = 5(x + y); 3x - 3y = 3(x - y); x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$, pa je najmanji zajednički sadržalac $15(x^2 - y^2)$.

20. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome $a^3 - 8, a^2 - 4$ i $5a^3 + 10a^2 + 20a$.

Rešenje: $a^3 - 8 = a^3 - 2^3 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4); a^2 - 4 = (a - 2)(a + 2);$

$5a^3 + 10a^2 + 20a = 5a(a^2 + 2a + 4)$, pa je najmanji zajednički sadržalac

$$5a(a^2 + 2a + 4)(a - 2)(a + 2) = 5a(a^2 + 2a + 4)(a^2 - 4).$$

21. Skrati razlomak $\frac{5x^2 + xy}{x^2 + 5xy}$.

Rešenje: $\frac{5x^2 + xy}{x^2 + 5xy} = \frac{x(5x + y)}{x(x + 5y)} = \frac{5x + y}{x + 5y}$.

22. Skrati razlomak $\frac{8a^3 - 24a^2b}{a^2 - 9b^2}$.

Rešenje: $\frac{8a^3 - 24a^2b}{a^2 - 9b^2} = \frac{8a^2(a - 3b)}{(a - 3b)(a + 3b)} = \frac{8a^2}{a + 3b}$.

23. Skrati razlomak $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27}$.

Rešenje: $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27} = \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{(x-3)}{(x^2 + 3x + 9)}$.

24. Skrati razlomak $\frac{ab^2 - 16a^3}{(4a+b)^2}$.

Rešenje: $\frac{ab^2 - 16a^3}{(4a+b)^2} = \frac{-a(16a^2 - b^2)}{(4a+b)^2} = \frac{-a(4a-b)(4a+b)}{(4a+b)^2} = \frac{-a(4a-b)}{4a+b}$.

25. Izračunaj $6xyz \cdot \left(\frac{x}{3y} + \frac{y}{2x} - \frac{z}{4y} \right)$.

Rešenje: $6xyz \cdot \left(\frac{x}{3y} + \frac{y}{2x} - \frac{z}{4y} \right) = 6xyz \cdot \frac{4x^2 + 6y^2 - 3xz}{12xy} = \frac{z(4x^2 + 6y^2 - 3xz)}{2}$.

26. Izračunaj $\sqrt[3]{3\sqrt{2}}$.

Rešenje: $\sqrt[3]{3\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2 \cdot 2}} = \sqrt[6]{18} = 1,62$.

27. Izračunaj $81^{1/4}$.

Rešenje: $81^{1/4} = \sqrt[4]{81} = 3$.

28. Izračunaj $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$.

Rešenje: $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{2^3} \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{8 \cdot 25} = \sqrt[6]{200} = 2,418$.

29. Izračunaj $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$.

Rešenje: $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[6]{40} = 1,849$.

30. Dokaži jednakost $\sqrt[3]{(5\sqrt{2} + 7)} = \sqrt{2} + 1$.

Rešenje: $(\sqrt{2} + 1)^3 = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 5\sqrt{2} + 7$.

31. Dokazati da je $\log_6 2 + \log_6 3 = 1$.

Rešenje: $\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 2 \cdot 3 = \log_6 6 = 1$.

32. Dokazati da je $2 \log 25 - \log 125 - \log 5 = 0$.

Rešenje: $2 \log 25 - \log 125 - \log 5 = \log \frac{25^2}{125 \cdot 5} = \log 1 = 0$.

33. Dokazati da je $\log 2 + \log 8 - \frac{1}{2} \log 256 = 0$.

Rešenje: $\log 2 + \log 8 - \frac{1}{2} \log 256 = \log \frac{2 \cdot 8}{\sqrt{256}} = \log \frac{16}{16} = 0$.

34. Izračunaj $\log_6 \log_2 \log_5 25$.

Rešenje: $\log_6 \log_2 \log_5 25 = \log_6 \log_2 2 = \log_6 1 = 0$.

35. Izračunaj x iz jednakosti $\log_2 \sqrt{x} + \log_2 2\sqrt{x} = 0$

Rešenje: $\log_2 \sqrt{x} + \log_2 2\sqrt{x} = \log_2 \sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x} = \log_2 2x = 0 \Leftrightarrow 2^0 = 2x \Leftrightarrow x = 1/2$.

36. Rešiti po x jednačinu $3\log x + \frac{1}{2}\log a = 3\log b + \log c$

Rešenje: $3\log x + \frac{1}{2}\log a = 3\log b + \log c \Leftrightarrow \log x^3 = \log b^3 \cdot c - \frac{1}{2}\log a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log x^3 = \log \frac{cb^3}{\sqrt{a}} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{cb^3}{\sqrt{a}}}$.

37. Reši po x jednačinu $2\log x - 3\log a = \log 5 + \log b + \frac{1}{2}\log c$.

Rešenje: $2\log x - 3\log a = \log 5 + \log b + \frac{1}{2}\log c \Leftrightarrow \log x^2 = \log 5b\sqrt{c} \cdot a^3 \Leftrightarrow x = \sqrt{5ba^3\sqrt{c}}$

38. Reši po x jednačinu $\frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x}$.

Rešenje: $x \neq 0 \Rightarrow \frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x} \cdot x \Leftrightarrow x+2-5x=2 \Leftrightarrow -4x=0 \Leftrightarrow x=0$ što je protivrečno uslovu $x \neq 0$ pa sledi da jednačina nema rešenje.

39. Reši po x jednačinu $\frac{y}{y+2} - 1 = \frac{1}{3y+6}$.

Rešenje: $y \neq -2 \Rightarrow \frac{y}{y+2} - 1 = \frac{1}{3y+6} \cdot 3(y+2) \Leftrightarrow 3y-3y-6=1 \Leftrightarrow -6=1$ pa jednačina nema rešenje.

40. Reši po x jednačinu $\frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x}$

Rešenje: $x \neq 5 \Rightarrow \frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x} \cdot 2(5-x) \Leftrightarrow 6-20+4x=2 \Leftrightarrow 4x=16 \Leftrightarrow x=4$.

41. Reši sistem jednačina $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 4x+2y=1 \end{cases}$.

Rešenje: $\begin{array}{l} 2x-3y=5 \quad / \cdot (-2) \\ 4x+2y=1 \end{array} \Rightarrow y = \frac{-9}{8}; x = \frac{5+3y}{2} = \frac{13}{16}$.

42. Reši sistem jednačina $\begin{cases} x+3y+7=0 \\ x=3+2y \end{cases}$.

Rešenje: $\begin{array}{l} x+3y+7=0 \\ x=3+2y \end{array} \Rightarrow x+3y+7=0 \Leftrightarrow 3+2y+3y+7=0 \Rightarrow y=-2 \wedge x=-1$.

43. Reši sistem jednačina $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ x-4y=-3 \end{cases}$.

Rešenje: $x-4y=-3 \Rightarrow x=-3+4y; 2x-3y=7 \Leftrightarrow 2(-3+4y)-3y=7 \Leftrightarrow y=\frac{13}{5} \wedge x=\frac{37}{5}$.

44. Reši sistem jednačina $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$.

$$x + 2y - 1 = 0$$

Rešenje: $x - 2y + 1 = 0$

$$2x = 0 \Rightarrow x = 0; y = 1/2$$

45. Reši sistem jednačina $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x - y = 2 \end{cases}$.

Rešenje:

$$x - y = 2 \Rightarrow x = 2 + y; x^2 - y^2 = 16 \Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 16 \Leftrightarrow 2 \cdot (2 + 2y) = 16 \Rightarrow y = 3 \wedge x = 5$$

46. Reši kvadratnu jednačinu $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Rešenje: $x_{1,2} = (5 \pm \sqrt{25 - 24})/2 = (5 \pm 1)/2$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

47. Reši kvadratnu jednačinu $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Rešenje: $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$, $x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4}$, $x_1 = 3$, $x_2 = -\frac{1}{2}$

48. Reši kvadratnu jednačinu $25x^2 - 9x = 0$.

Rešenje: $25x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow x(25x - 9) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 9/25$.

49. Reši kvadratnu jednačinu $x^2 + 6x + 5 = 0$.

Rešenje: $x_{1,2} = (-6 \pm \sqrt{36 - 20})/2$, $x_1 = (-6 + 4)/2$, $x_2 = (-6 - 4)/2$, $x_1 = -1$, $x_2 = -5$.

50. Reši kvadratnu jednačinu $(x + 5)^2 = 0$.

Rešenje: $(x+5)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$.

51. Reši jednačinu: $\sqrt{2+x} = x$.

Rešenje: $\sqrt{2+x} = x$, za $x \geq -2$, $2+x = x^2$, $x^2 - x - 2 = 0$, $x_{1,2} = (1 \pm \sqrt{1+8})/2$, $x_1 = 2$, $x_2 = -1$.

52. Reši jednačinu $x - \sqrt{6+x} = 0$.

Rešenje: $x - \sqrt{6+x} = 0$, za $x \geq -6$, $x = \sqrt{6+x}$, $x^2 - x - 6 = 0$, $x_{1,2} = (1 \pm \sqrt{1+24})/2$, $x_1 = 3$, $x_2 = -2$.

53. Reši jednačinu $\sqrt{x+3} = 2$.

Rešenje: $\sqrt{x+3} = 2$, za $x \geq -3$, $x+3 = 4$, $x = 1$.

54. Reši jednačinu $\sqrt{x-1} - 3 = 0$.

Rešenje: $\sqrt{x-1} - 3 = 0$, $\sqrt{x-1} = 3$, za $x \geq -1$, $x-1 = 9$, $x = 10$.

55. Reši jednačinu $6 \cdot \sqrt{x-2} - x - 7 = 0$.

Rešenje: za $x - 2 \geq 0$, $x \geq 2$, $6 \cdot \sqrt{x-2} = x + 7$, $36(x-2) = (x+7)^2$, $36x - 72 = x^2 + 14x + 49$, $x^2 - 22x + 121 = 0$, $x_{1,2} = (22 \pm \sqrt{484 - 484})/2$, $x_1 = x_2 = 11$.

56. Reši jednačinu $9 \cdot 3^{x-5} - 27 = 0$.

Rešenje: $9 \cdot 3^{x-5} - 27 = 0$, $9 \cdot 3^{x-5} = 27$, $3^{x-5} = 3$, $x-5 = 1$, $x = 6$.

57. Reši jednačinu po x $a^{2x-1} - a^{3-x} = 0$, $a \neq 0$.

Rešenje: $a^{2x-1} - a^{3-x} = 0$, $a \neq 0$, $a^{2x-1} = a^{3-x}$, $2x-1 = 3-x$, $3x = 4$, $x = 4/3$.

58. Reši jednačinu $\sqrt[3]{10^4} = 10^{x+3}$.

Rešenje: $\sqrt[3]{10^4} = 10^{x+3} \Rightarrow 4/x = x + 3$, $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x_{1,2} = (-3 \pm \sqrt{9+16})/2$, $x_{1,2} = (-3 \pm 5)/2$, $x_1 = 1$, $x_2 = -4$.

59. Reši jednačinu $4 \cdot 2^{5x+2} = 2$.

Rešenje: $4 \cdot 2^{5x+2} = 2 \Leftrightarrow 2^2 \cdot 2^{5x+2} = 2, 2^{5x+2+2} = 2 \Rightarrow 5x + 4 = 1, x = -3/5$.

60. Reši jednačinu $125 \cdot 5^{3x-1} = 5^{-1}$.

Rešenje: $125 \cdot 5^{3x-1} = 5^{-1} \Leftrightarrow 5^3 \cdot 5^{3x-1} = 5^{-1} \Leftrightarrow 5^{3x+2} = 5^{-1} \Rightarrow 3x + 2 = -1, 3x = -3, x = -1$.

61. Reši nejednačinu $-3(2 - 6x) < 12 - 9x$.

Rešenje: $-3(2 - 6x) < 12 - 9x \Leftrightarrow -6 + 18x < 12 - 9x \Leftrightarrow 27x < 18 \Leftrightarrow x < 2/3$.

62. Reši nejednačinu $12x - 1 < 2(3 - x)$.

Rešenje: $12x - 1 < 2(3 - x) \Leftrightarrow 12x < 7 - 2x \Leftrightarrow 14x < 7 \Leftrightarrow x < 1/2$.

63. Reši nejednačinu $-5(2x + 8) > 13 + 4x$.

Rešenje: $-5(2x + 8) > 13 + 4x \Leftrightarrow -10x - 40 > 13 + 4x \Leftrightarrow -14x > 53 \Leftrightarrow x < 53/14$.

64. Reši nejednačinu $(2x - 7)(3 - 5x) < 0$.

Rešenje: $(2x - 7)(3 - 5x) < 0 \Leftrightarrow (2x - 7 < 0 \wedge (3 - 5x) > 0) \vee (2x - 7 > 0 \wedge 3 - 5x < 0) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (x < 7/2 \wedge x < 3/5) \vee (x > 7/2 \wedge x > 3/5) \Leftrightarrow x < 3/5 \vee x > 7/2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 3/5) \cup (7/2, +\infty)$.

65. Reši nejednačinu $(10 - 5x)(2x - 8) > 0$.

Rešenje: $(10 - 5x)(2x - 8) > 0 \Leftrightarrow (10 - 5x > 0 \wedge 2x - 8 > 0) \vee (10 - 5x < 0 \wedge 2x - 8 < 0) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (x < 2 \wedge x > 4) \vee (x > 2 \wedge x < 4) \Leftrightarrow x \in (2, 4)$

66. Reši nejednačinu $x^2 - 9 < 0$.

Rešenje: $x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow x^2 < 9 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

67. Reši nejednačinu $x^2 - 25 > 0$.

Rešenje: $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm 5 \Rightarrow x^2 - 25 > 0 \Leftrightarrow x < -5 \vee x > 5$.

68. Reši nejednačinu $x^2 - 3 > 0$.

Rešenje: $x^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -\sqrt{3}, \vee x > \sqrt{3}$.

69. Reši nejednačinu $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} < 0$.

Rešenje: $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

70. Reši nejednačinu $(x+2)^2 < 1$.

Rešenje: $(x+2)^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x+2 < 1 \Leftrightarrow -3 < x < -1$, ili $x^2 + 4x + 4 < 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1$.

71. Napiši jednačinu prave koja na y osi odseca odsečak 3, a sa pozitivnim smerom x ose obrazuje ugao od 135°.

Rešenje: $y = kx + n, n = 3, k = \operatorname{tg}135^\circ = -1, y = -x + 3$.

72. Napiši jednačinu prave koja prolazi kroz tačku M(-3,2) i koordinatni početak.

Rešenje: $y = kx + n, 0 = k \cdot 0 + n \wedge 2 = -3k + n \Rightarrow n = 0, k = -2/3, y = -2x/3$.

73. Napiši jednačinu prave koja odseca na x osi odsečak 3, a na y osi odsečak 2.

Rešenje: $x/m + y/n = 1, x/3 + y/2 = 1$.

74. Napiši jednačinu prave koja prolazi kroz tačke A(1,0) i B(2,3).

Rešenje: $y - y_1 = (y_2 - y_1)(x - x_1)/(x_2 - x_1) \Rightarrow y - 0 = (3 - 0)(x - 1)/(2 - 1), y = 3(x - 1)$.

75. Napiši jednačinu prave koja prolazi kroz tačku M(2,5) i:

a) paralelna je x osi

b) paralelna je y osi.

Rešenje: a) $y = 5$, b) $x = 2$.

76. Izračunaj zbir prvih 5 članova niza 1/2, 1/4, 1/8, ...

Rešenje: $a_1 = 1/2$, $q = 1/2$, $n = 5$, $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_5 = \frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^5})}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\frac{1}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{31}{32} \cdot 2 = \frac{31}{32}$.

77. Izračunaj zbir prvih 8 članova niza 2, 6, 18, ...

Rešenje: $a_1 = 2$, $q = 3$, $S_8 = 2(3^8 - 1)/(3 - 1) = 2(3^8 - 1)/2 = 3^8 - 1 = 81 \cdot 81 - 1 = 6560$.

78. Izračunaj zbir prvih 50 prirodnih brojeva.

Rešenje: $S_{50} = n(n+1)/2 = 50 \cdot 51/2 = 25 \cdot 51 = 1275$.

79. Odredi 135-ti po redu neparan broj.

Rešenje: $a_1 = 1$, $d = 2$, $a_n = a_1 + (n-1)d$, $n = 135$, $a_{135} = 1 + 134 \cdot 2 = 269$.

80. Odredi 120-ti po redu paran broj.

Rešenje: $a_1 = 2$, $d = 2$, $a_n = a_1 + (n-1)d$, $n = 120$, $a_{120} = 2 + 119 \cdot 2 = 240$.

81. Izračunaj $\sin 135^\circ - \cos 120^\circ$.

Rešenje: $\sin 135^\circ - \cos 120^\circ = \sin 45^\circ - (-\cos 60^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$.

82. Izračunaj α iz uslova $0 < \alpha < \pi/2$, $\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \alpha = 0$.

Rešenje: $0 < \alpha < \pi/2 \wedge \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$.

83. Izračunaj $\sin 120^\circ + \cos 135^\circ$.

Rešenje: $\sin 120^\circ + \cos 135^\circ = \sin 60^\circ - \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$.

84. Izračunaj α iz uslova $0 < \alpha < \pi/2$, $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$

Rešenje: $0 < \alpha < \pi/2 \wedge \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$.

85. Izračunaj $\sin 120^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ$.

Rešenje: $\sin 120^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3} - 2}{2}$.

86. Reši jednačinu $\sin \alpha = 1/2$, ($0 < \alpha < \pi$).

Rešenje: $\sin \alpha = 1/2 \wedge (0 < \alpha < \pi) \alpha = \frac{\pi}{6} \vee \alpha = \frac{5\pi}{6}$.

87. Dokaži identičnost $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$.

Rešenje: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 + \sin 2\alpha$.

88. Izračunaj $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6}$

Rešenje: $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$

89. Izračunaj $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{3}$.

Rešenje: $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{3} = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

90. Izračunaj $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2$.

Rešenje: $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$.

91. Dokaži identičnost $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$.

Rešenje: $tg\alpha \cdot ctg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$.

92. Napiši izraz $1 + \cos 4\alpha$ u funkciji od 2α .

Rešenje: $1 + \cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha$.

93. Dokaži identičnost: $\frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha}$.

Rešenje: $\frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} \Leftrightarrow \sin^2\alpha = (1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha) \Leftrightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow T$

94. Napiši $\sin x$ kao funkciju od $x/2$.

Rešenje: $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$.

95. Napiši adicijonu formulu $\cos(\alpha - \beta)$.

Rešenje: $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$.

96. Dokaži identičnost $\frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} = \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha}$

Rešenje: $\frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} = \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = (1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha) = 1 - \sin^2\alpha$

97. Napiši adicijonu formulu $\sin(\alpha - \beta)$.

Rešenje: $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$.

98. Pretvori u proizvod zbir $\sin 6x - \sin 2x$.

Rešenje: $\sin 6x - \sin 2x = 2\cos 4x \cdot \sin 2x$.

99. Napiši u obliku zbira $\sin 9x \cdot \cos 3x$.

Rešenje: $\sin 9x \cdot \cos 3x = 1/2(\sin 12x + \sin 6x)$.

100. Napiši u obliku zbira $\sin 5x \cdot \sin x$.

Rešenje: $\sin 5x \cdot \sin x = -1/2(\cos 6x - \cos 4x)$.